

Wurzeln und Wurzelgleichungen

Merke: Für $\sqrt{A(x)}$ muss $A(x) \geq 0$ gelten; im Nenner sogar $A(x) > 0$. Aus $\sqrt{x^2} = |x|$ folgt nicht immer x . Beim Quadrieren von Gleichungen können Scheinlösungen entstehen: Prüfe jede Lösung in der Ausgangsgleichung.

1. Wurzelterme vereinfachen

a) $\sqrt{50x^2}$

d) $3\sqrt{12} - 2\sqrt{27}$

b) $\sqrt{(a-b)^2}$

e) $\frac{5}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$

c) $\sqrt{18} + \sqrt{8}$

f) $(\sqrt{5} + \sqrt{2})^2$

2. Definitionsmengen bestimmen

a) $f(x) = \sqrt{2x-6}$

d) $f(x) = \sqrt{\frac{x-1}{x+3}}$

b) $f(x) = \sqrt{9-x^2}$

e) $f(x) = \sqrt{x^2-4x+3}$

c) $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x+2}}$

f) $f(x) = \sqrt{x+1} + \sqrt{5-x}$

3. Wurzelgleichungen lösen

a) $\sqrt{x+5} = 4$

d) $\sqrt{x+7} = x-1$

b) $\sqrt{3x+1} = x-1$

e) $\sqrt{x+4} + 2 = x$

c) $\sqrt{2x+3} = x$

f) $\sqrt{4x-3} = \sqrt{x+6}$

4. Vertiefung: mehrere Wurzeln

a) $\sqrt{x+1} + \sqrt{x-2} = 3$

d) $\sqrt{x+2} = \sqrt{3x-2}$

b) $\sqrt{x+6} - \sqrt{x} = 2$

e) $\sqrt{x+9} = x-3$

c) $\sqrt{2x+1} = \sqrt{x} + 1$

f) $\sqrt{x-1} \sqrt{x+2} = 4$

Lösungen

1. Wurzelterme vereinfachen

a) $5|x|\sqrt{2}$

d) 0

b) $|a - b|$

e) $5(\sqrt{3} - \sqrt{2})$

c) $5\sqrt{2}$

f) $7 + 2\sqrt{10}$

2. Definitionsmengen bestimmen

a) $D = [3, \infty)$

d) $D = (-\infty, -3) \cup [1, \infty)$

b) $D = [-3, 3]$

e) $D = (-\infty, 1] \cup [3, \infty)$

c) $D = (-2, \infty)$

f) $D = [-1, 5]$

3. Wurzelgleichungen lösen

a) $L = \{11\}$

d) $L = \left\{ \frac{3+\sqrt{33}}{2} \right\}$

b) $L = \{5\}$ (0 ist Scheinlösung)

e) $L = \{5\}$ (0 ist Scheinlösung)

c) $L = \{3\}$ (-1 ist Scheinlösung)

f) $L = \{3\}$

4. Vertiefung: mehrere Wurzeln

a) $L = \{3\}$

d) $L = \{2\}$

b) $L = \left\{ \frac{1}{4} \right\}$

e) $L = \{7\}$ (0 ist Scheinlösung)

c) $L = \{0, 4\}$

f) $L = \left\{ \frac{-1+\sqrt{73}}{2} \right\}$