

Potenzen und Wurzeln höherer Ordnung

Merke: Für $a > 0$ gilt $a^{m/n} = \sqrt[n]{a^m}$ und $a^{-r} = 1/a^r$. Gerade Wurzeln sind nichtnegativ: $\sqrt[4]{x^4} = |x|$. Ungerade Wurzeln sind auch für negative Zahlen definiert; hier bedeutet $x^{2/3} = (\sqrt[3]{x})^2$.

1. Potenzen und Wurzeln berechnen

- | | |
|---------------------|------------------------------|
| a) $\sqrt[3]{-125}$ | d) $\sqrt[3]{\frac{8}{27}}$ |
| b) $\sqrt[4]{81}$ | e) $16^{3/4}$ |
| c) $\sqrt[5]{-32}$ | f) $27^{-2/3}$ |
| g) $\sqrt[6]{64}$ | i) $64^{-1/3}$ |
| h) $32^{2/5}$ | j) $\sqrt[3]{-\frac{27}{8}}$ |

2. Wurzelterme mit Variablen vereinfachen

- | | |
|----------------------|-----------------------|
| a) $\sqrt[4]{a^4}$ | d) $\sqrt[4]{16a^8}$ |
| b) $\sqrt[3]{a^6}$ | e) $\sqrt[3]{54a^4}$ |
| c) $\sqrt{a^6}$ | f) $\sqrt[6]{b^{12}}$ |
| g) $\sqrt[5]{a^5}$ | i) $\sqrt[3]{8a^9}$ |
| h) $\sqrt[6]{64b^6}$ | j) $\sqrt{a^2b^4}$ |

3. Mit Potenzgesetzen umformen ($a, b > 0$)

- | | |
|------------------------------|------------------------------|
| a) $a^{1/2} \cdot a^{3/2}$ | d) $\frac{a^{5/3}}{a^{2/3}}$ |
| b) $(a^{2/3})^3$ | e) $a^{-1/2} \cdot \sqrt{a}$ |
| c) $\sqrt[5]{a^3}$ | f) $(a^{1/3}b^{1/2})^6$ |
| g) $\frac{a^{7/4}}{a^{3/4}}$ | i) $a^{1/4} \cdot a^{3/4}$ |
| h) $(\sqrt[3]{a})^6$ | j) $(a^{-2}b^{1/2})^2$ |

4. Potenz- und Wurzelgleichungen lösen ($x \in \mathbb{R}$)

- | | |
|------------------------|--------------------------------|
| a) $x^4 = 81$ | d) $\sqrt[3]{2x-1} = 3$ |
| b) $x^{2/3} = 4$ | e) $9^x = 27$ |
| c) $\sqrt[4]{x^2} = 3$ | f) $4^x - 5 \cdot 2^x + 4 = 0$ |
| g) $x^3 = -64$ | i) $8^x = 4$ |
| h) $\sqrt[5]{x+1} = 2$ | j) $x^{-2} = \frac{1}{16}$ |

Lösungen

1. Potenzen und Wurzeln berechnen

- | | |
|---------|-------------------|
| a) -5 | d) $\frac{2}{3}$ |
| b) 3 | e) 8 |
| c) -2 | f) $\frac{1}{9}$ |
| g) 2 | i) $\frac{1}{4}$ |
| h) 4 | j) $-\frac{3}{2}$ |

2. Wurzelterme mit Variablen vereinfachen

- | | |
|------------|---------------------|
| a) $ a $ | d) $2a^2$ |
| b) a^2 | e) $3a\sqrt[3]{2a}$ |
| c) $ a ^3$ | f) b^2 |
| g) a | i) $2a^3$ |
| h) $2 b $ | j) $ a b^2$ |

3. Mit Potenzgesetzen umformen ($a, b > 0$)

- | | |
|--------------|--------------------|
| a) a^2 | d) a |
| b) a^2 | e) 1 |
| c) $a^{3/5}$ | f) a^2b^3 |
| g) a | i) a |
| h) a^2 | j) $\frac{b}{a^4}$ |

4. Potenz- und Wurzelgleichungen lösen ($x \in \mathbb{R}$)

- | | |
|--------------------|-------------------------------------|
| a) $L = \{-3, 3\}$ | d) $L = \{14\}$ |
| b) $L = \{-8, 8\}$ | e) $L = \left\{\frac{3}{2}\right\}$ |
| c) $L = \{-9, 9\}$ | f) $L = \{0, 2\}$ |
| g) $L = \{-4\}$ | i) $L = \left\{\frac{2}{3}\right\}$ |
| h) $L = \{31\}$ | j) $L = \{-4, 4\}$ |