Integrale spezieller Funktionen

Theorie

$$\int \sin x\,\mathrm{d}x = -\cos x + C \qquad \int \cos x\,\mathrm{d}x = \sin x + C$$

$$\int e^x\,\mathrm{d}x = e^x + C \qquad \int a^x\,\mathrm{d}x = \frac{a^x}{\ln a} + C$$

$$\int \frac{1}{x}\,\mathrm{d}x = \ln|x| + C \qquad \int \ln x\,\mathrm{d}x = x\ln x - x + C$$

Es gilt $a > 0$, $a \neq 1$; bei $1/x$ gilt $x \neq 0$, bei $\ln x$ gilt $x > 0$.

Lineares Argument: Ist $F' = f$, dann gilt für $k \neq 0$: $\int f(kx+b)\,\mathrm{d}x = \frac{1}{k}F(kx+b) + C$.

Auftrag: Bestimme jeweils $\int f(x)\,\mathrm{d}x$. Integriere Summen gliedweise und kontrolliere durch Ableiten. Winkel stehen im Bogenmass.

1. Grundintegrale

a) $f(x) = \sin x$

b) $f(x) = \cos x$

c) $f(x) = e^x$

d) $f(x) = \frac{1}{x}$

e) $f(x) = \ln x$

2. Faktoren und Summen

a) $f(x) = 3\sin x$

b) $f(x) = -2\cos x$

c) $f(x) = 4e^x - \frac{2}{x}$

d) $f(x) = e^x + \cos x$

e) $f(x) = 2\ln x + \frac{3}{x}$

3. Lineare Argumente

a) $f(x) = \sin(2x)$

b) $f(x) = \cos(3x - 1)$

c) $f(x) = e^{-2x}$

d) $f(x) = \frac{1}{2x+1}$

e) $f(x) = \ln(2x) \quad (x > 0)$

4. Gemischte Aufgaben

a) $f(x) = 2^x$

b) $f(x) = 5^x + \sin x$

c) $f(x) = 4\cos(2x) - 3\sin(3x)$

d) $f(x) = 3e^{3x+1} - 2\sin x$

e) $f(x) = \ln x + \frac{2}{x} - e^x$

© 2026 Davide Conti · CC BY-NC-ND 4.0

Lösungen

$C \in \mathbb{R}$ ist eine beliebige Konstante. Die Ergebnisse gelten jeweils auf einem zusammenhängenden Intervall des Definitionsbereichs.

1. Grundintegrale

a) $F(x) = -\cos x + C$

b) $F(x) = \sin x + C$

c) $F(x) = e^x + C$

d) $F(x) = \ln|x| + C$

e) $F(x) = x\ln x - x + C$

2. Faktoren und Summen

a) $F(x) = -3\cos x + C$

b) $F(x) = -2\sin x + C$

c) $F(x) = 4e^x - 2\ln|x| + C$

d) $F(x) = e^x + \sin x + C$

e) $F(x) = 2x\ln x - 2x + 3\ln x + C$

3. Lineare Argumente

a) $F(x) = -\frac{1}{2}\cos(2x) + C$

b) $F(x) = \frac{1}{3}\sin(3x - 1) + C$

c) $F(x) = -\frac{1}{2}e^{-2x} + C$

d) $F(x) = \frac{1}{2}\ln|2x + 1| + C$

e) $F(x) = x\ln(2x) - x + C$

4. Gemischte Aufgaben

a) $F(x) = \frac{2^x}{\ln 2} + C$

b) $F(x) = \frac{5^x}{\ln 5} - \cos x + C$

c) $F(x) = 2\sin(2x) + \cos(3x) + C$

d) $F(x) = e^{3x+1} + 2\cos x + C$

e) $F(x) = x\ln x - x + 2\ln x - e^x + C$

© 2026 Davide Conti · CC BY-NC-ND 4.0