

Integralrechnung: Grundregeln

Theorie

Eine Funktion F heisst **Stammfunktion** von f , wenn $F'(x) = f(x)$ gilt. Alle Stammfunktionen unterscheiden sich nur durch eine Konstante:

$$\int f(x) \, dx = F(x) + C.$$

Potenzregel: $\int x^n \, dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C \quad (n \neq -1)$ **Faktorregel:** $\int a f(x) \, dx = a \int f(x) \, dx.$

Kontrolle: Leite dein Ergebnis ab. Die Ableitung muss wieder der Integrand sein.

1. Stammfunktionen verstehen

- a) $f(x) = 1$
- b) $f(x) = x$
- c) $f(x) = x^2$
- d) $f(x) = x^5$
- e) $f(x) = x^8$

2. Potenzregel anwenden

- a) $f(x) = x^3$
- b) $f(x) = x^6$
- c) $f(x) = x^9$
- d) $f(x) = x^{10}$
- e) $f(x) = x^{20}$

3. Faktorregel anwenden

- a) $f(x) = 3x^2$
- b) $f(x) = -4x^3$
- c) $f(x) = \frac{1}{2}x^4$
- d) $f(x) = 7x$
- e) $f(x) = -9x^6$

4. Gebrochene und negative Exponenten

- a) $f(x) = x^{-2}$
- b) $f(x) = 2x^{-3}$
- c) $f(x) = \sqrt{x}$
- d) $f(x) = \frac{3}{\sqrt{x}}$
- e) $f(x) = 4\sqrt[3]{x^2}$

Lösungen

Bei jeder Aufgabe ist $C \in \mathbb{R}$ eine beliebige Konstante.

1. Stammfunktionen verstehen

a) $F(x) = x + C$

d) $F(x) = \frac{1}{6}x^6 + C$

b) $F(x) = \frac{1}{2}x^2 + C$

e) $F(x) = \frac{1}{9}x^9 + C$

c) $F(x) = \frac{1}{3}x^3 + C$

2. Potenzregel anwenden

a) $F(x) = \frac{1}{4}x^4 + C$

d) $F(x) = \frac{1}{11}x^{11} + C$

b) $F(x) = \frac{1}{7}x^7 + C$

e) $F(x) = \frac{1}{21}x^{21} + C$

c) $F(x) = \frac{1}{10}x^{10} + C$

3. Faktorregel anwenden

a) $F(x) = x^3 + C$

d) $F(x) = \frac{7}{2}x^2 + C$

b) $F(x) = -x^4 + C$

e) $F(x) = -\frac{9}{7}x^7 + C$

c) $F(x) = \frac{1}{10}x^5 + C$

4. Gebrochene und negative Exponenten

a) $F(x) = -x^{-1} + C$

d) $F(x) = 6\sqrt{x} + C$

b) $F(x) = -x^{-2} + C$

e) $F(x) = \frac{12}{5}x^{5/3} + C$

c) $F(x) = \frac{2}{3}x^{3/2} + C$