

Konvergenz und Divergenz

Merke: Eine Folge heißt konvergent, wenn sich ihre Glieder einer Zahl g beliebig annähern. Dann gilt $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = g$.

Nähert sich die Folge keinem eindeutigen Grenzwert, heißt sie divergent.

1. Konvergent oder divergent?

a) $a_n = \frac{1}{n}$

b) $a_n = n$

c) $a_n = 5$

d) $a_n = (-1)^n$

e) $a_n = \left(\frac{1}{2}\right)^n$

f) $a_n = 2n - 3$

2. Grenzwerte bestimmen

a) $a_n = 3 + \frac{1}{n}$

b) $a_n = -\frac{2}{n}$

c) $a_n = \frac{n+1}{n}$

d) $a_n = \frac{n^2}{n^2+1}$

e) $a_n = 5 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^n$

f) $a_n = 7 - \frac{4}{n}$

3. Verhalten beschreiben

a) $a_n = \frac{1}{n}$

b) $a_n = n$

c) $a_n = 4 + \frac{3}{n}$

d) $a_n = 2 - \frac{1}{n}$

e) $a_n = (-1)^n$

f) $a_n = \left(-\frac{1}{2}\right)^n$

4. Anwenden

a) $a_n = \frac{10}{n}$: Bestimme den Grenzwert

b) $a_n = \frac{(-1)^n}{n}$: Bestimme den Grenzwert

c) $a_n = \frac{n}{n+2}$: Bestimme den Grenzwert

d) $a_n = 2^n$: Entscheide über Konvergenz

Lösungen

1. Konvergent oder divergent?

- a) konvergent, $g = 0$
- b) divergent
- c) konvergent, $g = 5$
- d) divergent
- e) konvergent, $g = 0$
- f) divergent

2. Grenzwerte bestimmen

- a) $g = 3$
- b) $g = 0$
- c) $g = 1$
- d) $g = 1$
- e) $g = 0$
- f) $g = 7$

3. Verhalten beschreiben

- a) fallend, beschränkt, $g = 0$
- b) steigend, unbeschränkt, divergent
- c) fallend, beschränkt, $g = 4$
- d) steigend, beschränkt, $g = 2$
- e) beschränkt, nicht monoton, divergent
- f) beschränkt, nicht monoton, $g = 0$

4. Anwenden

- a) $g = 0$
- b) $g = 0$
- c) $g = 1$
- d) divergent, denn $a_n \rightarrow \infty$