

Extremwertprobleme mit Pythagoras

Merke: Bei rechtwinkligen Figuren liefert der Satz des Pythagoras die Nebenbedingung, z. B. $x^2 + y^2 = c^2$.
Drücke eine Variable durch die andere aus, stelle die Zielfunktion auf und bestimme ihr Maximum mit der Ableitung.

1. Nebenbedingung aufstellen

- a) $x^2 + y^2 = 5^2$: Löse nach y auf
- b) $x^2 + y^2 = 10^2$: Löse nach y auf
- c) $x^2 + y^2 = 13^2$: Löse nach y auf
- d) $x^2 + y^2 = 17^2$: Löse nach y auf
- e) $x^2 + y^2 = 25^2$: Löse nach y auf
- f) $h^2 + \left(\frac{x}{2}\right)^2 = 10^2$: Löse nach h auf
- g) $h^2 + \left(\frac{x}{2}\right)^2 = 12^2$: Löse nach h auf
- h) $h^2 + \left(\frac{x}{2}\right)^2 = 15^2$: Löse nach h auf

2. Zielfunktion bestimmen

- a) $c = 10$: $A_{\triangle} = \frac{1}{2}xy$
- b) $s = 10$: $A_{\triangle} = \frac{1}{2}xh$
- c) $d = 20$: $A_{\square} = xy$
- d) $c = 30$: $A_{\triangle} = \frac{1}{2}xy$

3. Maximum berechnen

- a) $A(x) = \frac{1}{2}x\sqrt{100 - x^2}$
- b) $A(x) = \frac{1}{2}x\sqrt{100 - \frac{x^2}{4}}$
- c) $A(x) = x\sqrt{400 - x^2}$
- d) $A(x) = \frac{1}{2}x\sqrt{900 - x^2}$
- e) $A(x) = \frac{1}{2}x\sqrt{625 - x^2}$
- f) $A(x) = x\sqrt{169 - x^2}$
- g) $A(x) = \frac{1}{2}x\sqrt{144 - \frac{x^2}{4}}$
- h) $A(x) = \frac{1}{2}x\sqrt{2500 - x^2}$

Lösungen

1. Nebenbedingung aufstellen

a) $y = \sqrt{25 - x^2}$

b) $y = \sqrt{100 - x^2}$

c) $y = \sqrt{169 - x^2}$

d) $y = \sqrt{289 - x^2}$

e) $y = \sqrt{625 - x^2}$

f) $h = \sqrt{100 - \frac{x^2}{4}}$

g) $h = \sqrt{144 - \frac{x^2}{4}}$

h) $h = \sqrt{225 - \frac{x^2}{4}}$

2. Zielfunktion bestimmen

a) $A(x) = \frac{1}{2}x\sqrt{100 - x^2}$

b) $A(x) = \frac{1}{2}x\sqrt{100 - \frac{x^2}{4}}$

c) $A(x) = x\sqrt{400 - x^2}$

d) $A(x) = \frac{1}{2}x\sqrt{900 - x^2}$

3. Maximum berechnen

a) $x = y = 5\sqrt{2}, A_{\max} = 25$

b) $x = 10\sqrt{2}, h = 5\sqrt{2}, A_{\max} = 50$

c) $x = y = 10\sqrt{2}, A_{\max} = 200$

d) $x = y = 15\sqrt{2}, A_{\max} = 225$

e) $x = y = \frac{25}{\sqrt{2}}, A_{\max} = \frac{625}{4}$

f) $x = y = \frac{13}{\sqrt{2}}, A_{\max} = \frac{169}{2}$

g) $x = 12\sqrt{2}, h = 6\sqrt{2}, A_{\max} = 72$

h) $x = y = 25\sqrt{2}, A_{\max} = 625$