

Funktionen und Funktionseigenschaften

Merke: Eine Funktion ordnet jedem x aus dem Definitionsbereich genau einen Funktionswert $f(x)$ zu. Wichtige Eigenschaften sind Definitionsbereich D , Wertebereich W , Nullstellen, Achsenabschnitt, Symmetrie und Monotonie.

1. Funktionswerte berechnen

a) $f(x) = 2x + 1, f(-2)$

d) $f(x) = x^2 - 4, f(0)$

b) $f(x) = 3 - x, f(4)$

e) $f(x) = -2x + 5, f(2)$

c) $f(x) = x^2, f(-3)$

2. Nullstellen und Achsenabschnitte

a) Bei $f(x) = 2x + 3$: Bestimme die Nullstelle und $f(0)$.

d) Bei $f(x) = (x - 1)^2$: Bestimme Scheitelpunkt und Nullstelle.

b) Bei $f(x) = -x + 4$: Bestimme die Nullstelle und $f(0)$.

e) Bei $f(x) = -2x + 7$: Bestimme die Steigung und $f(0)$.

c) Bei $f(x) = x^2 - 4$: Bestimme beide Nullstellen und $f(0)$.

3. Definitions- und Wertebereich

a) Bestimme D und W von $f(x) = \frac{1}{x}$.

d) Bestimme D und W von $f(x) = (x - 1)^2 + 2$.

b) Bestimme D und W von $f(x) = \sqrt{x}$.

e) Bestimme D und W von $f(x) = -x^2 + 4$.

c) Bestimme D und W von $f(x) = \frac{1}{x-2}$.

4. Symmetrie und Monotonie

a) Bei $f(x) = 3x - 6$: Bestimme Monotonie und Nullstelle.

d) Bei $f(x) = (x-2)^2$: Bestimme Symmetrieachse und Monotonieintervalle.

b) Bei $f(x) = -2x + 1$: Bestimme Monotonie und $f(0)$.

e) Bei $f(x) = -x^2 + 4$: Bestimme Symmetrieachse, Scheitelpunkt und Nullstellen.

c) Bei $f(x) = x^2$: Bestimme Symmetrieachse, Scheitelpunkt und Monotonieintervalle.

Lösungen

1. Funktionswerte berechnen

- a) $f(-2) = -3$
- b) $f(4) = -1$
- c) $f(-3) = 9$
- d) $f(0) = -4$
- e) $f(2) = 1$

2. Nullstellen und Achsenabschnitte

- a) Nullstelle: $x = -\frac{3}{2}$; $f(0) = 3$.
- b) Nullstelle: $x = 4$; $f(0) = 4$.
- c) Nullstellen: $x = -2$ und $x = 2$; $f(0) = -4$.
- d) Scheitelpunkt $S(1 \mid 0)$; Nullstelle: $x = 1$.
- e) Steigung $m = -2$; $f(0) = 7$.

3. Definitions- und Wertebereich

- a) $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$, $W = \mathbb{R} \setminus \{0\}$.
- b) $D = [0, \infty)$, $W = [0, \infty)$.
- c) $D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$, $W = \mathbb{R} \setminus \{0\}$.
- d) $D = \mathbb{R}$, $W = [2, \infty)$.
- e) $D = \mathbb{R}$, $W = (-\infty, 4]$.

4. Symmetrie und Monotonie

- a) Streng monoton steigend; Nullstelle: $x = 2$.
- b) Streng monoton fallend; $f(0) = 1$.
- c) Achse $x = 0$; $S(0 \mid 0)$; fallend für $x < 0$, steigend für $x > 0$.
- d) Achse $x = 2$; fallend für $x < 2$, steigend für $x > 2$.
- e) Achse $x = 0$; $S(0 \mid 4)$; Nullstellen $x = -2, 2$.