Absolutbetrag

Merke: $|x|$ ist der Abstand von x zu 0: Für $x \geq 0$ gilt $|x| = x$, für $x < 0$ gilt $|x| = -x$. Stets gilt $|x| \geq 0$ und $\sqrt{x^2} = |x|$. Für $a > 0$ gilt: $|u| = a \iff u = \pm a$; $|u| < a \iff -a < u < a$; $|u| > a \iff u < -a$ oder $u > a$.

Auftrag: Bearbeite 1–4 über $\mathbb{R}$; gib in 3–4 die Lösungsmenge L an. Bestimme in 5 den maximalen reellen Definitionsbereich D und den Wertebereich W; bei 5f ist D vorgegeben.

1. Beträge berechnen

a) $|-7|$

b) $|3-8|$

c) $-|-4|$

d) $|-3|+|5|$

e) $|-3+5|$

f) $|2-3\cdot 4|-|-6|$

2. Terme ohne Betragszeichen schreiben

a) $|x|, \quad x<0$

b) $|x-3|, \quad x\geq 3$

c) $|2x+4|, \quad x<-2$

d) $|x-1|+|x+1|, \quad -1\leq x\leq 1$

e) $\sqrt{x^2}, \quad x<0$

f) $|x-2|-|x+2|, \quad x\geq 2$

3. Betragsgleichungen lösen

a) $|x|=5$

b) $|x-3|=2$

c) $|2x+1|=7$

d) $3|x-2|=12$

e) $|x+4|=-2$

f) $|x-1|=|2x+1|$

4. Betragsungleichungen lösen

a) $|x|<3$

b) $|x-2|\leq 4$

c) $|2x+1|>5$

d) $|x+3|\geq 2$

e) $|x-1|<-2$

f) $2|x-1|+1\leq 7$

5. Betragsfunktionen: Definitions- und Wertebereich

a) $f(x)=|x|$

b) $f(x)=|x-2|+1$

c) $f(x)=-2|x+1|+3$

d) $f(x)=\frac{1}{|x|-2}$

e) $f(x)=\sqrt{|x|-1}$

f) $f(x)=|x-2|, \quad D=[-1,4]$

© 2026 Davide Conti · CC BY-NC-ND 4.0

Lösungen

1. Beträge berechnen

a) 7

b) 5

c) -4

d) 8

e) 2

f) 4

2. Terme ohne Betragszeichen schreiben

a) $-x$

b) $x-3$

c) $-2x-4$

d) 2

e) $-x$

f) -4

3. Betragsgleichungen lösen

a) $L=\{-5,5\}$

b) $L=\{1,5\}$

c) $L=\{-4,3\}$

d) $L=\{-2,6\}$

e) $L=\varnothing$

f) $L=\{-2,0\}$

4. Betragsungleichungen lösen

a) $L=(-3,3)$

b) $L=[-2,6]$

c) $L=(-\infty,-3)\cup(2,\infty)$

d) $L=(-\infty,-5]\cup[-1,\infty)$

e) $L=\varnothing$

f) $L=[-2,4]$

5. Betragsfunktionen: Definitions- und Wertebereich

a) $D=\mathbb{R},\ W=[0,\infty)$

b) $D=\mathbb{R},\ W=[1,\infty)$

c) $D=\mathbb{R},\ W=(-\infty,3]$

d) $D=\mathbb{R}\setminus\{-2,2\},\ W=(-\infty,-\frac{1}{2}]\cup(0,\infty)$

e) $D=(-\infty,-1]\cup[1,\infty),\ W=[0,\infty)$

f) $D=[-1,4],\ W=[0,3]$

Hinweise: Bei 2d gilt $|x-1|=1-x$ und $|x+1|=x+1$. Bei 3f löst man $x-1=2x+1$ oder $x-1=-(2x+1)$. Bei 5d nimmt $|x|-2$ alle Werte aus $[-2,0)\cup(0,\infty)$ an; daraus folgt der angegebene Wertebereich. Bei 5f liegt das Minimum bei $x=2$, das Maximum bei $x=-1$.

© 2026 Davide Conti · CC BY-NC-ND 4.0