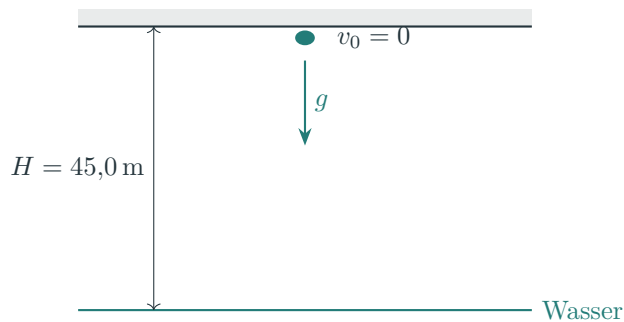


Fallstrecke, Fallzeit und Geschwindigkeit | 8 Aufgaben

$$s(t) = \frac{1}{2}gt^2, \quad v(t) = gt, \quad v^2 = 2gs, \quad t = \sqrt{\frac{2s}{g}}.$$

Für alle Aufgaben: $g = 9,81 \text{ m/s}^2$, Anfangsgeschwindigkeit $v_0 = 0$ und kein Luftwiderstand, sofern nichts anderes angegeben ist. Die Formeln gelten bis zum Aufprall. Runde Ergebnisse sinnvoll auf drei signifikante Stellen.

Ein Stein wird von einer 45,0 m hohen Brücke losgelassen. Die Höhe wird von der Wasseroberfläche bis zum Loslasspunkt gemessen.



- Berechne die Fallzeit bis zum Auftreffen auf das Wasser.
- Bestimme die Aufprallgeschwindigkeit in m/s und in km/h.
- Welche Fallstrecke hat der Stein nach 2,00s zurückgelegt? Wie hoch ist er dann noch über dem Wasser?
- Wie lange dauert der Fall aus der halben Höhe? Erkläre, warum sich die Fallzeit dabei nicht halbiert.

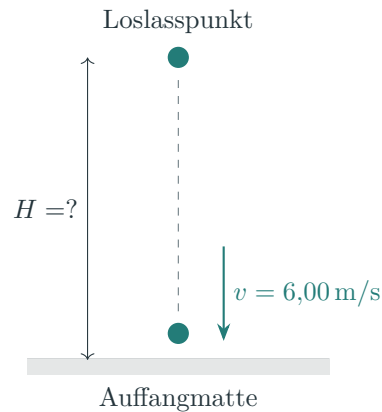
Platz für Skizzen und Rechnungen

Aus der Geschwindigkeit zur Höhe

Formeln umstellen und Zusammenhänge erkennen

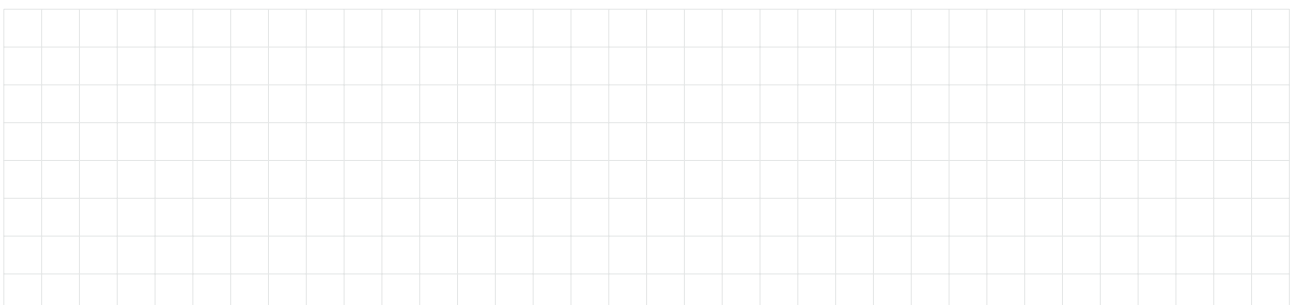
Aufgabe 2: Fallversuch im Labor

Eine kleine Stahlkugel wird aus der Ruhe losgelassen. Direkt vor dem Auftreffen auf eine Auffangmatte misst ein Sensor die Geschwindigkeit 6,00 m/s. Die Kugel wird als punktförmig betrachtet.



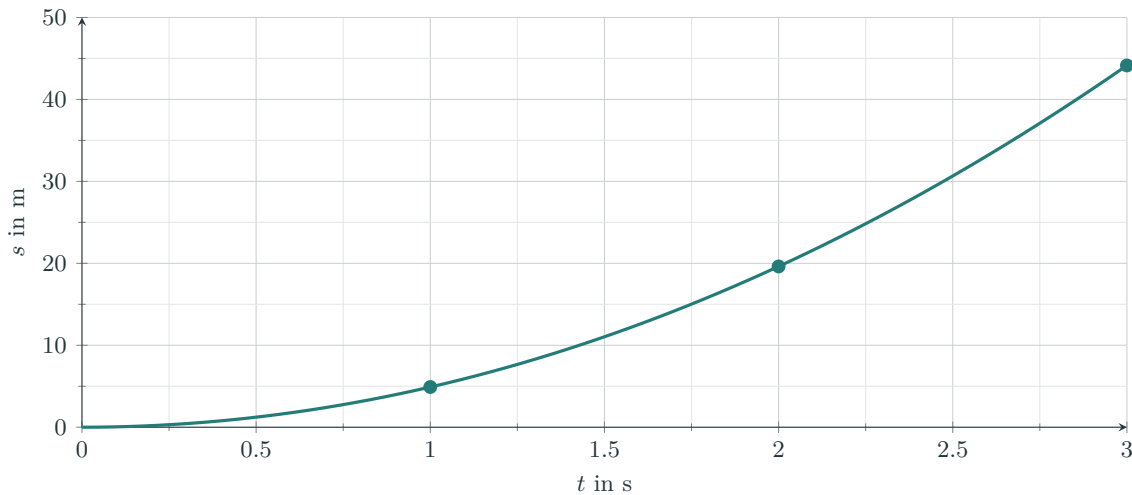
- Berechne die Fallzeit und die Fallhöhe.
- Nach welcher Fallstrecke erreicht die Kugel die halbe Aufprallgeschwindigkeit?
- Welchen Anteil der gesamten Fallzeit benötigt sie dafür? Vergleiche mit dem Anteil der Fallstrecke.
- Aus welcher Höhe müsste die Kugel fallen, damit sich die Aufprallgeschwindigkeit verdoppelt?
- Eine zweite Kugel hat die doppelte Masse. Wie ändern sich bei gleicher Fallhöhe Fallzeit und Aufprallgeschwindigkeit im verwendeten Modell? Begründe.

Platz für Skizzen und Rechnungen



Steigung, Fläche und Beschleunigung

Ein Körper fällt aus der Ruhe. Der Boden liegt mehr als 45 m unter dem Startpunkt. Das Diagramm zeigt die ersten 3,00 s seiner Bewegung.



- Berechne s und v für $t = 0, 1,00, 2,00$ und $3,00$ s. Stelle die Werte in einer Tabelle dar.
- Zeichne das zugehörige v - t - und das a - t -Diagramm.
- Bestimme die mittlere Geschwindigkeit zwischen $1,00$ und $3,00$ s. Zu welchem Zeitpunkt ist die momentane Geschwindigkeit gleich diesem Mittelwert?
- Berechne die Fläche unter der v - t -Kurve von 0 bis $3,00$ s. Welche physikalische Bedeutung hat sie?
- Beurteile: «Wenn sich die Fallzeit verdoppelt, verdoppelt sich auch die Fallstrecke.»

Platz für Skizzen und Rechnungen

Gleiche Zeiten, ungleiche Strecken

Die Wege in aufeinanderfolgenden Sekunden

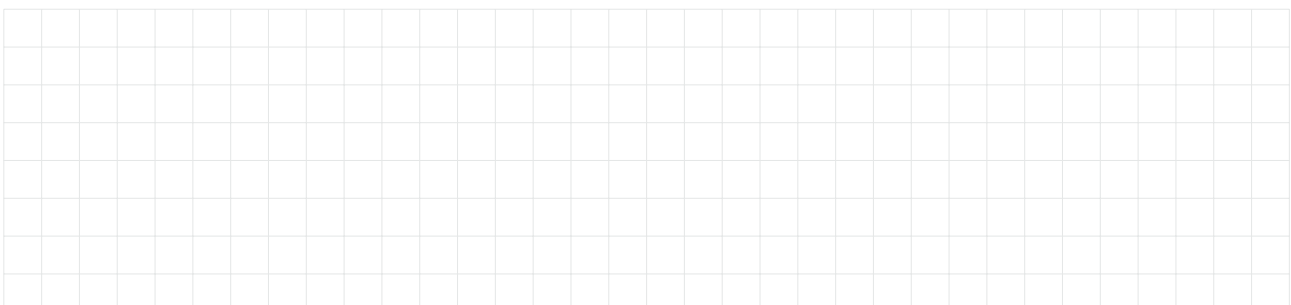
Aufgabe 4: Fall von einem hohen Turm

Eine Kugel fällt aus 80,0 m Höhe. Du untersuchst ihre Bewegung in Zeitabschnitten von jeweils einer Sekunde.

Zeit t in s	Fallstrecke $s(t)$ in m	Strecke in der letzten Sekunde in m
0	0	—
1		
2		
3		
4		

- Zeige, dass die Kugel nach 4,00 s noch nicht auf dem Boden angekommen ist.
- Übertrage und ergänze die Tabelle. Berechne die Strecken in den Intervallen $[0; 1]$, $[1; 2]$, $[2; 3]$ und $[3; 4]$ s.
- In welchem Verhältnis stehen diese vier Teilstrecken zueinander? Erkläre mit der zunehmenden Geschwindigkeit.
- Berechne die gesamte Fallzeit. Wie lange dauert der verbleibende Fall nach $t = 4,00$ s?
- Berechne die Strecke während der *letzten vollen Sekunde vor dem Aufprall*. Warum ist sie nicht genau gleich der Strecke zwischen 3,00 und 4,00 s?

Platz für Skizzen und Rechnungen



Messdaten auswerten und ein Modell prüfen

Eine Kugel wird aus verschiedenen Höhen losgelassen. Eine elektronische Zeitmessung startet beim Loslassen und stoppt beim Durchgang durch die Lichtschranke. H ist die Fallstrecke bis zur Lichtschranke.

Messung	H in m	t in s	$g_{\text{mess}} = 2H/t^2$ in m/s^2
1	0,500	0,320	
2	1,00	0,452	
3	1,50	0,553	
4	2,00	0,639	

- Leite die Formel $g_{\text{mess}} = 2H/t^2$ aus dem Fallgesetz her und berechne die vier Messwerte.
- Bestimme ihren arithmetischen Mittelwert $\bar{g}$. Rechne dabei mit ungerundeten Zwischenwerten.
- Berechne die prozentuale Abweichung $|\bar{g} - g|/g \cdot 100\%$ vom Vergleichswert $g = 9,81 \text{ m/s}^2$.
- Trage H gegen t^2 auf. Welche Kurvenform erwartest du? Welche Bedeutung hat ihre Steigung?
- Bei einer weiteren Messung startet die Uhr versehentlich $0,020 \text{ s}$ zu spät. Wird g_{mess} zu gross oder zu klein? Begründe anhand der Formel.

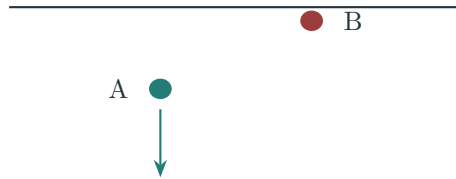
Platz für Skizzen und Rechnungen

Zwei Kugeln, zwei Startzeiten

Abstände und Relativgeschwindigkeit

Aufgabe 6: Zeitversetztes Loslassen

Zwei kleine Kugeln A und B werden von benachbarten Punkten auf gleicher Höhe $H = 60,0$ m losgelassen. A startet bei $t = 0$, B genau $1,00$ s später. t wird ab dem Start von A gemessen; betrachtet wird der vertikale Abstand.



Situation beim Loslassen von B (schematisch)

- Stelle $s_A(t)$ und $s_B(t)$ ab dem jeweiligen Start auf. Gib die Gültigkeitsintervalle bis zum jeweiligen Aufprall an.
- Berechne den vertikalen Abstand beim Start von B und bei $t = 2,00$ s.
- Leite für die gemeinsame Fallphase eine Formel für den Abstand $d(t) = s_A(t) - s_B(t)$ her. Nimmt er gleichmässig oder beschleunigt zu?
- Bestimme $v_A(t) - v_B(t)$. Kann B die Kugel A während der gemeinsamen Fallphase einholen?
- Wann trifft A auf? In welcher Höhe befindet sich B dann? Wie gross ist der zeitliche Abstand der beiden Aufpralle?

Platz für Skizzen und Rechnungen

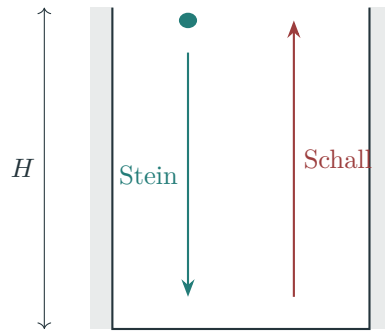


Fallzeit und Schalllaufzeit

Die Tiefe eines Brunnens bestimmen

Aufgabe 7: Ein Stein im Brunnen

Ein Stein wird am Rand eines Brunnens aus der Ruhe losgelassen. Nach 3,00 s hört eine Person am Loslasspunkt das Aufprallgeräusch. Die Schallgeschwindigkeit beträgt $c = 343 \text{ m/s}$. Vernachlässige die Reaktionszeit.



- Berechne zunächst die Tiefe, wenn du die Schalllaufzeit vernachlässigst. Ist dieser Wert zu gross oder zu klein?
- Bezeichne die Fallzeit mit t_F . Zeige, dass $3,00 \text{ s} = t_F + gt_F^2/(2c)$ gilt.
- Löse diese Gleichung nach der positiven Fallzeit und berechne damit die tatsächliche Tiefe im Modell.
- Bestimme die Schalllaufzeit und die Aufprallgeschwindigkeit. Prüfe, ob sich beide Zeiten zu 3,00 s ergänzen.
- Um wie viel Prozent überschätzt die Rechnung aus a) die Tiefe? Beziehe die Abweichung auf den Wert aus c).

Platz für Skizzen und Rechnungen



Freier Fall auf Erde und Mond

Modelle vergleichen und ihre Grenzen erkennen

Aufgabe 8: Ein Hammer und eine Feder

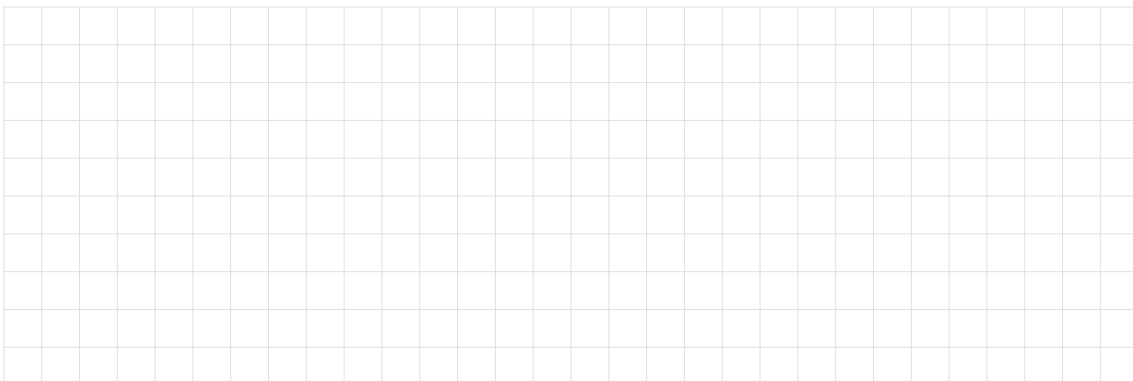
Ein Hammer und eine Feder werden gleichzeitig aus 2,00 m Höhe aus der Ruhe losgelassen. Auf dem Mond gilt $g_M = 1,62 \text{ m/s}^2$. Vergleiche den Mond mit einer Vakuumkammer auf der Erde.

- Berechne Fallzeit und Aufprallgeschwindigkeit auf der Erde im Vakuum sowie auf dem Mond.
- Stelle für beide Orte die Fallstrecke $s(t)$ und die Geschwindigkeit $v(t)$ auf. Gib an, bis zu welchem Zeitpunkt die Funktionen gelten.
- Zeichne beide s - t -Kurven gemeinsam in das obere und beide v - t -Kurven in das untere Raster. Wähle geeignete Achsenskalierungen und beende jede Kurve beim Aufprall.
- Berechne das Verhältnis t_M/t_E und zeige, dass es $\sqrt{g/g_M}$ entspricht.
- Welche Gegenstände treffen jeweils gleichzeitig auf? Was erwartest du bei demselben Versuch in Luft auf der Erde? Erkläre, welche Modellannahme dort besonders bei der Feder nicht erfüllt ist.

s - t -Diagramm



v - t -Diagramm



Lösungen

Aufgaben 1 bis 4 | Rechenwege und Ergebnisse

1. Ein Stein fällt von einer Brücke

a) $t_F = \sqrt{2H/g} = \sqrt{90,0/9,81} \text{ s} \approx 3,03 \text{ s}$.

b) $v_F = \sqrt{2gH} \approx 29,7 \text{ m/s} \approx 107 \text{ km/h}$.

c) $s(2,00 \text{ s}) = \frac{1}{2} \cdot 9,81 \cdot 2,00^2 \text{ m} = 19,62 \text{ m}$; Resthöhe $h = 45,0 - 19,62 = 25,38 \text{ m} \approx 25,4 \text{ m}$.

d) $t' = \sqrt{2 \cdot 22,5/9,81} \text{ s} \approx 2,14 \text{ s} = t_F/\sqrt{2}$. Die Fallzeit wächst mit der Quadratwurzel der Höhe. Für die halbe Fallzeit wäre ein Viertel der Höhe nötig.

2. Fallversuch im Labor

a) $t = v/g = 6,00/9,81 \text{ s} \approx 0,612 \text{ s}$; $H = v^2/(2g) = 36,0/19,62 \text{ m} \approx 1,83 \text{ m}$.

b/c) Bei $v' = 3,00 \text{ m/s}$: $s' = v'^2/(2g) \approx 0,459 \text{ m} = H/4$ und $t' = v'/g \approx 0,306 \text{ s} = t/2$. Halbe Geschwindigkeit bedeutet halbe Zeit, aber nur ein Viertel der Strecke.

d) $H' = (2v)^2/(2g) = 4H \approx 7,34 \text{ m}$.

e) Beide Werte bleiben gleich. Im idealen freien Fall ist die Beschleunigung unabhängig von der Masse.

3. Drei Sekunden freier Fall

a) Werte (hier zur übersichtlichen Darstellung teilweise ungerundet):

$t \text{ (s)}$	0	1,00	2,00	3,00
$s \text{ (m)}$	0	4,905	19,620	44,145
$v \text{ (m/s)}$	0	9,81	19,62	29,43

b) $v(t) = gt$: Gerade vom Ursprung bis (3,00 s; 29,43 m/s). $a(t) = g$: horizontale Linie bei 9,81 m/s².

c) $\bar{v} = (44,145 - 4,905)/(3 - 1) \text{ m/s} = 19,62 \text{ m/s}$. Dieser Wert wird bei $t = \bar{v}/g = 2,00 \text{ s}$ erreicht.

d) Dreiecksfläche $\frac{1}{2} \cdot 3,00 \text{ s} \cdot 29,43 \text{ m/s} = 44,145 \text{ m} \approx 44,1 \text{ m}$: zurückgelegte Fallstrecke.

e) Falsch: $s(2t) = \frac{1}{2}g(2t)^2 = 4s(t)$. Die Strecke vervierfacht sich, sofern der Körper so lange frei fällt.

4. Fall von einem hohen Turm

a/b) $s(4) = 78,480 \text{ m} < 80,0 \text{ m}$. Fallstrecken bei $t = 0, 1, 2, 3, 4 \text{ s}$: 0; 4,905; 19,620; 44,145; 78,480 m. Teilstrecken: 4,905; 14,715; 24,525; 34,335 m.

c) Verhältnis 1 : 3 : 5 : 7. In jeder Sekunde nimmt die Geschwindigkeit um 9,81 m/s zu; die mittlere Geschwindigkeit wird entsprechend grösser.

d) $T = \sqrt{160/9,81} \text{ s} \approx 4,03855 \text{ s}$. Restzeit: $T - 4,00 \text{ s} \approx 0,0386 \text{ s}$.

e) $\Delta s = \frac{1}{2}g[T^2 - (T - 1,00 \text{ s})^2] \approx 34,7 \text{ m}$. Das Intervall beginnt erst bei 3,03855 s; wegen der höheren Geschwindigkeit ist die Strecke etwas grösser.

Lösungen

Aufgaben 5 bis 8 | Auswertung und weiterführende Modelle

5. Ein Experiment mit Lichtschranke

- a) Aus $H = \frac{1}{2}gt^2$ folgt $g_{\text{mess}} = 2H/t^2$. Die vier Werte sind ungefähr 9,76563; 9,78933; 9,81004; 9,79621 m/s².
b/c) $\bar{g} \approx 9,79030 \text{ m/s}^2 \approx 9,79 \text{ m/s}^2$; relative Abweichung $\approx 0,201 \%$.
d) Die Punkte liegen annähernd auf einer Ursprungsgeraden: $H = (g/2)t^2$. Ihre Steigung ist $g/2 \approx 4,91 \text{ m/s}^2$ (waagrechte Achse: t^2 in s²).
e) Die gemessene Zeit ist zu kurz. Damit ist der Nenner t^2 zu klein und g_{mess} zu gross.

6. Zeitversetztes Loslassen

- a) Mit $\Delta = 1,00 \text{ s}$ und $T = \sqrt{2H/g} \approx 3,49749 \text{ s}$:

$$s_A(t) = \frac{1}{2}gt^2 \quad (0 \leq t \leq T), \quad s_B(t) = \frac{1}{2}g(t - \Delta)^2 \quad (\Delta \leq t \leq T + \Delta).$$

Vor $t = \Delta$ ruht B am Startpunkt, also $s_B = 0$.

- b) $d(1,00 \text{ s}) = 4,905 \text{ m} \approx 4,91 \text{ m}$; $d(2,00 \text{ s}) = 19,620 - 4,905 = 14,715 \text{ m} \approx 14,7 \text{ m}$.

c/d) $d(t) = \frac{1}{2}g[t^2 - (t - \Delta)^2] = g\Delta t - \frac{1}{2}g\Delta^2$ für $\Delta \leq t \leq T$. Der Abstand wächst linear; $v_A - v_B = g\Delta = 9,81 \text{ m/s}$. B holt A nicht ein.

- e) A trifft bei $t = T \approx 3,50 \text{ s}$ auf. Dann ist $h_B = 60,0 - \frac{1}{2}g(T - \Delta)^2 \approx 29,4 \text{ m}$. B trifft bei $T + \Delta \approx 4,50 \text{ s}$ auf, genau 1,00 s später.

7. Ein Stein im Brunnen

- a) $H_0 = \frac{1}{2}g(3,00 \text{ s})^2 = 44,145 \text{ m} \approx 44,1 \text{ m}$. Zu gross, da nicht die ganze Zeit Fallzeit ist.
b) $T = t_F + t_S$, $t_S = H/c$ und $H = \frac{1}{2}gt_F^2$ liefern $T = t_F + gt_F^2/(2c)$.
c) Die positive Lösung lautet

$$t_F = \frac{c}{g} \left(\sqrt{1 + \frac{2gT}{c}} - 1 \right) \approx 2,88128 \text{ s}, \quad H = \frac{1}{2}gt_F^2 \approx 40,7 \text{ m}.$$

- d) $t_S \approx 0,118718 \text{ s}$, $v_F = gt_F \approx 28,3 \text{ m/s}$. Kontrolle: $2,88128 + 0,11872 = 3,00000 \text{ s}$.
e) $(H_0 - H)/H \cdot 100 \% \approx 8,41 \%$ (mit ungerundeten Werten).

8. Ein Hammer und eine Feder

- a) Erde: $t_E = \sqrt{4/9,81} \text{ s} \approx 0,639 \text{ s}$, $v_E \approx 6,26 \text{ m/s}$. Mond: $t_M = \sqrt{4/1,62} \text{ s} \approx 1,57 \text{ s}$, $v_M \approx 2,55 \text{ m/s}$.
b/c) In SI-Einheiten: Erde $s(t) = 4,905t^2$, $v(t) = 9,81t$ bis t_E ; Mond $s(t) = 0,810t^2$, $v(t) = 1,62t$ bis t_M . Die s - t -Kurven sind Parabeln bis $s = 2,00 \text{ m}$, die v - t -Kurven Ursprungsgeraden bis zur jeweiligen Aufprallgeschwindigkeit.
d) $t_M/t_E = \sqrt{(2H/g_M)/(2H/g)} = \sqrt{g/g_M} \approx 2,46$.
e) Hammer und Feder treffen sowohl im Vakuum auf der Erde als auch auf dem Mond jeweils gleichzeitig auf. In Luft fällt die Feder meist deutlich langsamer: Der Luftwiderstand ist im Verhältnis zu ihrer Gewichtskraft besonders gross.