

Impuls und Energie bei geradlinigen Stößen | 8 Aufgaben

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 u_1 + m_2 u_2 \quad (\text{Impulserhaltung})$$
$$u = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2}, \quad E_{\text{um}} = E_{\text{kin,vor}} - E_{\text{kin,nach}}.$$

Für alle Aufgaben: Bewegung entlang einer Geraden; rechts ist positiv. Der äussere Kraftstoss während des Stosses ist vernachlässigbar. Wagen gleiten reibungsfrei; ihre Räder und deren Rotationsenergie werden nicht berücksichtigt. Runde sinnvoll auf drei signifikante Stellen.

Wagen A ($m_A = 0,500 \text{ kg}$) fährt mit $v_A = 2,00 \text{ m/s}$ nach rechts auf den ruhenden, gleich schweren Wagen B zu. Der Stoss ist elastisch.



- Berechne Gesamtimpuls und gesamte kinetische Energie vor dem Stoss.
- Bestimme beide Geschwindigkeiten nach dem Stoss mithilfe von Impulserhaltung und $u_B - u_A = v_A - v_B$.
- Kontrolliere die Erhaltung von Impuls und kinetischer Energie.
- Skizziere beide Wagen nach dem Stoss mit ihren Geschwindigkeitspfeilen. Wird der Impuls jedes einzelnen Wagens erhalten?

Platz für Skizzen und Rechnungen

Ungleiche Massen und Rückprall

Wagen A mit $m_A = 0,200 \text{ kg}$ fährt mit $v_A = 3,00 \text{ m/s}$ nach rechts. Wagen B mit $m_B = 0,400 \text{ kg}$ ruht. Die Federpuffer bewirken einen elastischen Stoss.



Die Formeln folgen aus Impuls- und Energieerhaltung. Verwende Geschwindigkeiten mit Vorzeichen.

- Berechne u_A und u_B . Beschreibe die Bewegungsrichtungen nach dem Stoss.
- Berechne die Einzelimpulse vor und nach dem Stoss. Kontrolliere ihre Summe.
- Berechne die kinetischen Energien beider Wagen vor und nach dem Stoss. Welcher Anteil der anfänglichen Energie befindet sich danach in B?
- Bestimme die Impulsänderungen Δp_A und Δp_B . Wie hängen sie zusammen?
- Nun fährt der schwere Wagen B mit 3,00 m/s nach links gegen den ruhenden leichten Wagen A. Berechne erneut beide Endgeschwindigkeiten.

Elastischer Gegenstoss

Beide Körper bewegen sich vor dem Stoss

Aufgabe 3: Zwei Wagen fahren aufeinander zu

Wagen A ($m_A = 0,300 \text{ kg}$) bewegt sich mit $2,00 \text{ m/s}$ nach rechts. Wagen B ($m_B = 0,200 \text{ kg}$) kommt ihm mit $1,00 \text{ m/s}$ entgegen. Der Stoss ist elastisch.



- Notiere beide Anfangsgeschwindigkeiten mit Vorzeichen und berechne den Gesamtimpuls.
- Stelle die Impulsgleichung und die Gleichung für die relative Geschwindigkeit auf. Löse das Gleichungssystem nach u_A und u_B .
- Berechne die gesamte kinetische Energie vor und nach dem Stoss.
- Welche Wagen wechseln die Richtung? Wie schnell entfernen sie sich nach dem Stoss voneinander?
- Bestimme die Schwerpunktgeschwindigkeit $v_S = p_{\text{ges}} / (m_A + m_B)$ vor und nach dem Stoss. Erkläre ihre Konstanz.

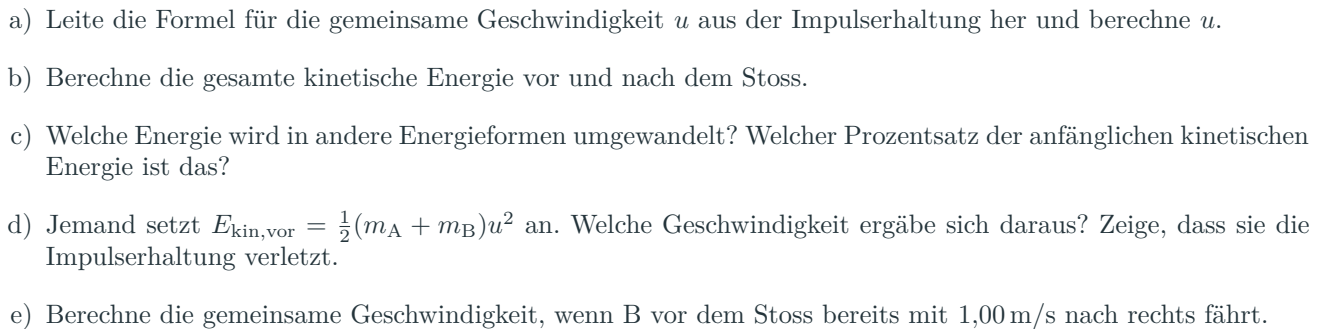
Achte auf den Unterschied: Impulse können positiv oder negativ sein. Kinetische Energien sind wegen des Quadrats der Geschwindigkeit immer nichtnegativ.

Platz für Skizzen und Rechnungen



Zwei Wagen kuppeln zusammen

Wagen A ($m_A = 0,600 \text{ kg}$) fährt mit $2,50 \text{ m/s}$ nach rechts auf den ruhenden Wagen B ($m_B = 0,400 \text{ kg}$). Beim Stoss verbinden sich die Wagen und fahren gemeinsam weiter.



Platz für Skizzen und Rechnungen

Zusammenhaften bei entgegengesetzten Bewegungen

Zwei Knetkörper gleiten auf einer horizontalen, reibungsfreien Bahn aufeinander zu. A hat $m_A = 0,150 \text{ kg}$ und bewegt sich mit $4,00 \text{ m/s}$ nach rechts. B hat $m_B = 0,250 \text{ kg}$ und bewegt sich mit $2,00 \text{ m/s}$ nach links. Sie bleiben nach dem Stoss zusammen.



- Berechne beide Anfangsimpulse und den Gesamtimpuls.
- Bestimme die gemeinsame Endgeschwindigkeit und die Bewegungsrichtung.
- Berechne die kinetische Energie vor und nach dem Stoss sowie die umgewandelte Energie und deren prozentualen Anteil.
- Mit welcher Geschwindigkeit müsste B nach links fahren, damit beide Körper nach dem Stoss ruhen? A bleibt unverändert.
- Beurteile: «Wenn der Gesamtimpuls null ist, ist auch die gesamte kinetische Energie null.» Nutze den Fall aus d) als Gegenbeispiel.

Platz für Skizzen und Rechnungen

Inelastisch ohne Zusammenhaften

Einen Stoss anhand von Messwerten einordnen

Aufgabe 6: Messung auf der Luftkissenbahn

Wagen A mit $m_A = 0,400 \text{ kg}$ fährt mit $v_A = 3,00 \text{ m/s}$ nach rechts auf den ruhenden Wagen B mit $m_B = 0,600 \text{ kg}$ zu. Nach dem Stoss wird für A die Geschwindigkeit $u_A = 0,300 \text{ m/s}$ nach rechts gemessen.



- Bestimme die Geschwindigkeit u_B aus der Impulserhaltung.
- Berechne die gesamte kinetische Energie vor und nach dem Stoss sowie die umgewandelte Energie.
- Ist der Stoss elastisch, teilweise inelastisch oder vollständig inelastisch? Begründe mit den Energien und den Endgeschwindigkeiten.
- Berechne die Stosszahl $e = (u_B - u_A)/(v_A - v_B)$. Vergleiche mit $e = 1$ (elastisch) und $e = 0$ (vollständig inelastisch).
- Berechne für dieselben Anfangsdaten die Endgeschwindigkeiten bei einem elastischen und bei einem vollständig inelastischen Stoss. Vergleiche jeweils die gesamte kinetische Endenergie mit dem gemessenen Fall.

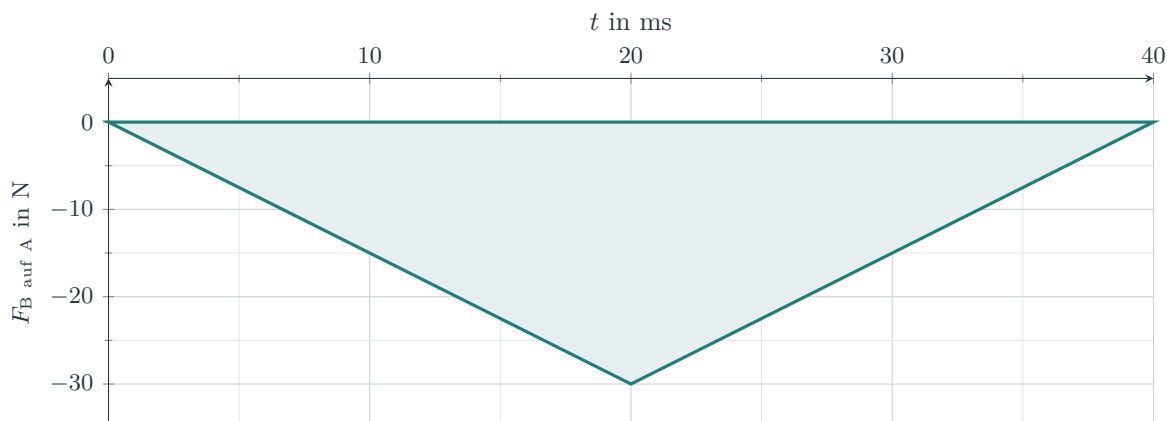
Begriffsklärung: Bei einem inelastischen Stoss müssen die Körper nicht zusammenhaften. Zusammenhaften ist der Spezialfall des vollständig inelastischen Stosses.

Platz für Skizzen und Rechnungen



Von der Kraft zur Impulsänderung

Wagen A ($m_A = 0,200 \text{ kg}$) fährt mit $3,00 \text{ m/s}$ nach rechts gegen den ruhenden, gleich schweren Wagen B. Das Diagramm zeigt die Kraft von B auf A während des Kontakts. Die Dreiecksform ist ein vereinfachtes Modell.



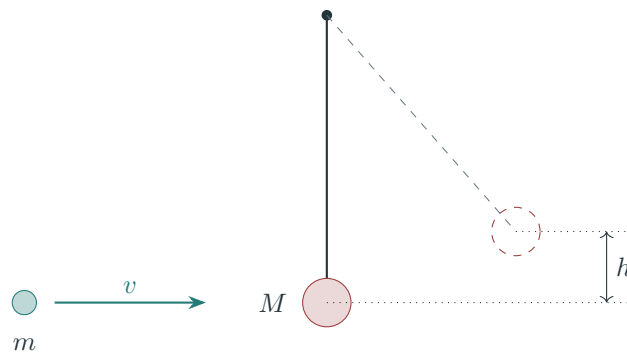
- Berechne den Kraftstoss auf A und seine Geschwindigkeit am Ende des Kontakts.
- Welchen Kraftstoss erfährt B? Bestimme seine Endgeschwindigkeit.
- Prüfe anhand der kinetischen Energie, ob der Stoss im Modell elastisch ist.
- Berechne die mittlere Kraft auf A während der 40,0ms und vergleiche ihren Betrag mit dem maximalen Kraftbetrag.
- Ein weicherer Puffer verdoppelt die Kontaktdauer bei gleichem Kraftstoss. Wie gross wäre der maximale Kraftbetrag bei weiterhin dreieckigem Kraftverlauf?

Stoss und anschliessende Bewegung

Ein Knetkörper trifft einen Pendelkörper

Aufgabe 8: Ein ballistisches Pendel im Modell

Ein Knetkörper mit $m = 0,0500 \text{ kg}$ trifft horizontal mit $v = 4,00 \text{ m/s}$ auf einen ruhenden Pendelkörper mit $M = 0,450 \text{ kg}$ und bleibt darin stecken. Beide werden als Punktmasse an einem masselosen Faden modelliert. Beim kurzen Stoss im tiefsten Punkt ist der äussere horizontale Kraftstoss vernachlässigbar. Danach schwingt das Pendel ohne Reibung hoch. Es gilt $g = 9,81 \text{ m/s}^2$.



Schematische Darstellung, nicht massstäblich

- Bestimme die gemeinsame Geschwindigkeit u unmittelbar nach dem Stoss.
- Berechne die kinetische Energie unmittelbar vor und nach dem Stoss. Wie viel Energie wird beim Stoss umgewandelt?
- Berechne die maximale Steighöhe h über dem tiefsten Punkt mithilfe der Energieerhaltung während des Hochschwingens.
- Erkläre, warum du beim Stoss die Impulserhaltung und beim anschliessenden Hochschwingen die mechanische Energieerhaltung verwendest.
- In einem zweiten Versuch mit denselben Massen beträgt die Steighöhe $h = 2,00 \text{ cm}$. Bestimme die Geschwindigkeit des Knetkörpers vor diesem Stoss.

Platz für Skizzen und Rechnungen



Lösungen

Aufgaben 1 bis 4 | Impuls- und Energiebilanzen

1. Zwei gleich schwere Wagen

- a) $p_{\text{vor}} = 0,500 \cdot 2,00 = 1,00 \text{ kg m/s}$; $E_{\text{vor}} = \frac{1}{2} \cdot 0,500 \cdot 2,00^2 = 1,00 \text{ J}$.
b) Bei gleichen Massen: $u_A + u_B = 2,00 \text{ m/s}$ und $u_B - u_A = 2,00 \text{ m/s}$. Somit $u_A = 0$, $u_B = 2,00 \text{ m/s}$.
c) $p_{\text{nach}} = 0 + 0,500 \cdot 2,00 = 1,00 \text{ kg m/s}$ und $E_{\text{nach}} = 0 + \frac{1}{2} \cdot 0,500 \cdot 2,00^2 = 1,00 \text{ J}$.
d) A ruht; B fährt mit einem Pfeil nach rechts weiter. Die Einzelimpulse ändern sich: A verliert $1,00 \text{ kg m/s}$, B gewinnt denselben Betrag. Nur der Gesamtimpuls ist erhalten.

2. Leichter Wagen trifft schweren Wagen

- a) $u_A = (0,200 - 0,400) \cdot 3,00/0,600 = -1,00 \text{ m/s}$; $u_B = 2 \cdot 0,200 \cdot 3,00/0,600 = 2,00 \text{ m/s}$. A prallt nach links zurück; B fährt nach rechts.
b) Impulse in kg m/s : vorher $(p_A, p_B) = (0,600; 0)$, nachher $(-0,200; 0,800)$. Summe jeweils $0,600$.
c) Energien vorher: $E_A = 0,900 \text{ J}$, $E_B = 0$. Nachher: $E_A = 0,100 \text{ J}$, $E_B = 0,800 \text{ J}$. Summe $0,900 \text{ J}$; Anteil in B: $0,800/0,900 \approx 88,9 \%$.
d) $\Delta p_A = -0,800 \text{ kg m/s}$, $\Delta p_B = +0,800 \text{ kg m/s}$: gleich gross und entgegengesetzt.
e) Nun $v_A = 0$, $v_B = -3,00 \text{ m/s}$. Die Formeln ergeben $u_A = -4,00 \text{ m/s}$ und $u_B = -1,00 \text{ m/s}$. Beide fahren nach links.

3. Zwei Wagen fahren aufeinander zu

- a) $v_A = +2,00 \text{ m/s}$, $v_B = -1,00 \text{ m/s}$; $p = 0,300 \cdot 2,00 + 0,200 \cdot (-1,00) = 0,400 \text{ kg m/s}$.
b) In SI-Einheiten: $0,300u_A + 0,200u_B = 0,400$, $u_B - u_A = 3,00$. Einsetzen liefert $0,500u_A + 0,600 = 0,400$; daher $u_A = -0,400 \text{ m/s}$, $u_B = 2,60 \text{ m/s}$.
c) $E_{\text{vor}} = 0,600 + 0,100 = 0,700 \text{ J}$; $E_{\text{nach}} = 0,0240 + 0,676 = 0,700 \text{ J}$.
d) Beide kehren ihre Richtung um. Die Entfernung wächst mit $u_B - u_A = 3,00 \text{ m/s}$.
e) $v_s = 0,400/0,500 = 0,800 \text{ m/s}$ vor und nach dem Stoss. Gesamtimpuls und Gesamtmasse ändern sich nicht.

4. Wagen mit Klettverschluss

- a) $m_A v_A + m_B v_B = (m_A + m_B)u$ ergibt $u = 1,50/1,00 = 1,50 \text{ m/s}$.
b/c) $E_{\text{vor}} = 1,875 \text{ J}$, $E_{\text{nach}} = 1,125 \text{ J}$; $E_{\text{um}} = 0,750 \text{ J}$, entsprechend $40,0 \%$. Diese Energie steckt z. B. in Verformung, Erwärmung und Schall.
d) Der falsche Ansatz liefert $u_{\text{falsch}} = \sqrt{2 \cdot 1,875/1,00} \approx 1,94 \text{ m/s}$. Dann wäre $p_{\text{nach}} \approx 1,94 \text{ kg m/s}$ statt $1,50 \text{ kg m/s}$. Kinetische Energie ist bei diesem Stoss nicht erhalten.
e) $u = (0,600 \cdot 2,50 + 0,400 \cdot 1,00)/1,00 = 1,90 \text{ m/s}$.

Lösungen

Aufgaben 5 bis 8 | Stossarten, Kraftstoss und Pendel

5. Zwei Knetkörper stossen zusammen

a/b) $p_A = +0,600$, $p_B = -0,500$, $p_{\text{ges}} = +0,100$ (jeweils in kg m/s). $u = 0,100/0,400 = +0,250$ m/s, also nach rechts.

c) $E_{\text{vor}} = \frac{1}{2} \cdot 0,150 \cdot 4,00^2 + \frac{1}{2} \cdot 0,250 \cdot 2,00^2 = 1,70$ J. $E_{\text{nach}} = \frac{1}{2} \cdot 0,400 \cdot 0,250^2 = 0,0125$ J. $E_{\text{um}} = 1,6875$ J $\approx 1,69$ J, Anteil $\approx 99,3$ %.

d) $0 = 0,150 \cdot 4,00 + 0,250 v_B$ ergibt $v_B = -2,40$ m/s, also 2,40 m/s nach links.

e) Falsch: Vor dem Stoss aus d) ist $p_{\text{ges}} = 0$, aber $E_{\text{kin}} = 1,20 + 0,720 = 1,92$ J. Entgegengesetzte Impulse heben sich auf; positive Energien addieren sich.

6. Messung auf der Luftkissenbahn

a) $u_B = (m_A v_A - m_A u_A)/m_B = (1,20 - 0,120)/0,600 = 1,80$ m/s.

b) $E_{\text{vor}} = 1,80$ J; $E_{\text{nach}} = 0,0180 + 0,972 = 0,990$ J. Umgewandelt: 0,810 J bzw. 45,0 %.

c/d) Teilweise inelastisch: Die kinetische Energie nimmt ab, aber $u_A \neq u_B$; die Wagen trennen sich. $e = (1,80 - 0,300)/3,00 = 0,500$, also zwischen 0 und 1.

e) Elastisch: $u_A = -0,600$ m/s, $u_B = 2,40$ m/s; $E_{\text{nach}} = 1,80$ J. Vollständig inelastisch: $u = 1,20$ m/s, $E_{\text{nach}} = 0,720$ J. Damit $0,720 < 0,990 < 1,80$ J: Der gemessene Fall liegt zwischen den beiden Grenzfällen.

7. Federpuffer während des Kontakts

a) $J_A = -\frac{1}{2} \cdot 0,0400 \text{ s} \cdot 30,0 \text{ N} = -0,600 \text{ N s}$. $u_A = v_A + J_A/m_A = 3,00 - 0,600/0,200 = 0$.

b) Nach dem Wechselwirkungsprinzip gilt $J_B = -J_A = +0,600 \text{ N s}$. Daher $u_B = J_B/m_B = 3,00$ m/s.

c) Vorher $E_{\text{kin}} = \frac{1}{2} \cdot 0,200 \cdot 3,00^2 = 0,900$ J in A; nachher dieselbe Energie in B. Der Stoss ist elastisch.

d) $\bar{F}_A = J_A/\Delta t = -0,600/0,0400 = -15,0$ N. Der Betrag ist halb so gross wie der maximale Kraftbetrag 30,0 N.

e) $|F_{\text{max}}| = 2|J|/\Delta t' = 2 \cdot 0,600/0,0800 = 15,0$ N. Doppelte Dauer bedeutet bei gleicher Dreiecksfläche halbe Spitzenkraft.

8. Ein ballistisches Pendel im Modell

a) $mv = (M + m)u$ ergibt $u = 0,0500 \cdot 4,00/0,500 = 0,400$ m/s.

b) $E_{\text{vor}} = 0,400$ J, $E_{\text{nach}} = 0,0400$ J. Beim vollständig inelastischen Stoss werden 0,360 J bzw. 90,0 % umgewandelt.

c) $\frac{1}{2}(M + m)u^2 = (M + m)gh$; daher $h = u^2/(2g) = 0,160/19,62 \text{ m} \approx 0,00815 \text{ m} = 8,15 \text{ mm}$.

d) Während des kurzen Stosses bleibt der horizontale Impuls erhalten; die kinetische Energie nimmt durch Verformung ab. Danach wird kinetische Energie ohne Reibungsverluste in Lageenergie umgewandelt. Der Impuls ist beim Hochschwingen wegen äusserer Kräfte nicht erhalten.

e) $u = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \cdot 9,81 \cdot 0,0200} \approx 0,626$ m/s; $v = (M + m)u/m = 10u \approx 6,26$ m/s.