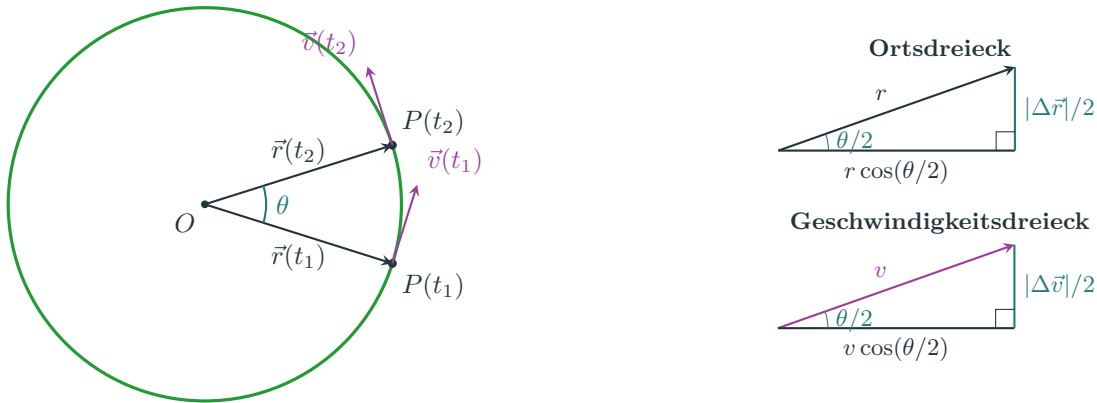


Herleitung der Zentripetalbeschleunigung

Gleichförmige Kreisbewegung mit Radius r und Betrag der Geschwindigkeit v



Wichtig: Der Winkel θ wird im Bogenmass (Radiant) gemessen. Bei gleichförmiger Kreisbewegung gilt $\theta = \frac{v}{r} \Delta t$.

- Ortsänderung

$$|\Delta \vec{r}| = |\vec{r}(t_2) - \vec{r}(t_1)| = 2r \sin\left(\frac{\theta}{2}\right).$$

- Geschwindigkeitsänderung

$$|\Delta \vec{v}| = 2v \sin\left(\frac{\theta}{2}\right).$$

- Beschleunigung ist die Änderung des Geschwindigkeitsvektors pro Zeit:

$$\begin{aligned} a &= \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{|\Delta \vec{v}|}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{2v \sin(\theta/2)}{\Delta t} \\ &= \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{2v \sin\left(\frac{v \Delta t}{2r}\right)}{\Delta t} \\ &= \frac{v^2}{r} \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\sin\left(\frac{v \Delta t}{2r}\right)}{\frac{v \Delta t}{2r}} = \frac{v^2}{r}. \end{aligned}$$

$$\boxed{a_z = \frac{v^2}{r}}.$$

Die Zentripetalbeschleunigung $\vec{a}_z$ zeigt stets zum Kreismittelpunkt O .