

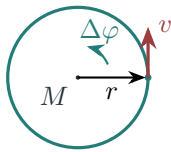
Zentripetalbewegung: Anwendungen

Kompakte Theorie Für eine gleichförmige Kreisbewegung gilt:

$$\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f, \quad v = \omega r = \frac{2\pi r}{T}, \quad a_z = \frac{v^2}{r} = \omega^2 r, \quad F_z = m a_z = \frac{mv^2}{r}.$$

T ist die Periodendauer, $f = 1/T$ die Frequenz und $g = 9,81 \text{ m/s}^2$. Die Zentripetalkraft zeigt immer zum Mittelpunkt der Kreisbahn.

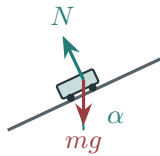
Aufgabe 1



Ein Fahrrad fährt gleichförmig auf einer Kreisbahn mit Radius $r = 30 \text{ m}$ und Geschwindigkeit $v = 10 \text{ m/s}$.

- Begründe mit einer vollständigen Umdrehung ($\Delta\varphi = 2\pi$), dass $\omega = 2\pi/T = 2\pi f$ und $v = \omega r$ gilt.
- Berechne Winkelgeschwindigkeit ω , Periodendauer T und Frequenz f .
- Berechne die Zentripetalbeschleunigung a_z .

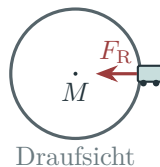
Aufgabe 2



Eine Kurve mit $r = 50 \text{ m}$ ist um α überhöht. Ein Auto fährt mit $v = 15 \text{ m/s}$; Reibung wird vernachlässigt.

- Zeichne die Gewichtskraft und die Normalkraft ein; welche Komponente von N liefert die Zentripetalkraft?
- Leite aus $N \cos \alpha = mg$ und $N \sin \alpha = mv^2/r$ die Formel $\tan \alpha = v^2/(rg)$ her.
- Berechne den nötigen Überhöhungswinkel α .

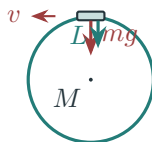
Aufgabe 3



Ein Auto fährt auf einer ebenen, trockenen Kreisbahn mit $r = 40 \text{ m}$. Der Haftreibungskoeffizient beträgt $\mu_s = 0,60$.

- Erkläre, weshalb die Haftreibungskraft die Zentripetalkraft liefert.
- Leite aus $F_{R,\max} = \mu_s mg = mv^2/r$ die Formel für $v_{\max}$ her.
- Berechne $v_{\max}$ in m/s und in km/h.

Aufgabe 4



Ein Flugzeug ($m = 2000 \text{ kg}$) durchfliegt den höchsten Punkt eines Loopings mit Radius $r = 400 \text{ m}$ und $v = 100 \text{ m/s}$.

- Zeichne am höchsten Punkt die zum Mittelpunkt gerichteten Kräfte ein und stelle die radiale Kräftegleichung auf.
- Berechne a_z und die Auftriebskraft L am höchsten Punkt.
- Gib an, wie gross die Beschleunigung im Vergleich zu g ist.

Lösungen

1. Fahrrad auf der Kreisbahn

Bei einer Umdrehung ist $\Delta\varphi = 2\pi$ und die benötigte Zeit ist T : daher $\omega = \Delta\varphi/\Delta t = 2\pi/T = 2\pi f$. Mit der Bogenlänge $2\pi r$ folgt $v = 2\pi r/T = \omega r$.

$$\omega = \frac{v}{r} = 0,333 \text{ rad/s}, \quad T = \frac{2\pi}{\omega} = 6\pi \text{ s} \approx 18,85 \text{ s}, \quad f = \frac{1}{T} \approx 0,0531 \text{ Hz}, \quad a_z = \frac{v^2}{r} \approx 3,33 \text{ m/s}^2.$$

2. Überhöhte Kurve ohne Reibung

Die vertikale Komponente der Normalkraft trägt das Auto: $N \cos \alpha = mg$. Die horizontale Komponente zeigt zum Kurvenzentrum: $N \sin \alpha = mv^2/r$. Division der Gleichungen ergibt

$$\tan \alpha = \frac{v^2}{rg} = \frac{15^2}{50 \cdot 9,81} = 0,459, \quad \alpha \approx 24,7^\circ.$$

3. Ebene Kurve mit Reibung

Die Haftreibung wirkt zum Mittelpunkt und kann höchstens $F_{R,\max} = \mu_s mg$ betragen. Damit gilt

$$\mu_s mg = \frac{mv_{\max}^2}{r} \Rightarrow v_{\max} = \sqrt{\mu_s gr} = \sqrt{0,60 \cdot 9,81 \cdot 40} \approx 15,3 \text{ m/s} \approx 55,2 \text{ km/h}.$$

4. Flugzeug im Looping

Am höchsten Punkt zeigen sowohl Gewichtskraft als auch Auftrieb zum Mittelpunkt: $L + mg = mv^2/r$. Somit

$$a_z = \frac{v^2}{r} = 25,0 \text{ m/s}^2 \approx 2,55g, \quad L = \frac{mv^2}{r} - mg = 50,0 \text{ kN} - 19,6 \text{ kN} = 30,4 \text{ kN}.$$