

Aufgaben zu Temperatur und thermischer Ausdehnung

Theorie

1. Temperatur

Die Temperatur beschreibt, wie warm oder kalt ein Körper ist. In der Physik verwendet man oft die Einheiten:

$^{\circ}\text{C}$ (Grad Celsius)

und

K (Kelvin)

Umrechnung:

$$T(K) = T(^{\circ}C) + 273.15$$

$$T(^{\circ}C) = T(K) - 273.15$$

Beispiele:

$$20^{\circ}C = 293.15\text{ K}$$

$$0^{\circ}C = 273.15\text{ K}$$

2. Thermische Ausdehnung

Fast alle Stoffe dehnen sich beim Erwärmen aus. Das bedeutet:

- Die Länge wird grösser.
- Das Volumen wird grösser.

Beim Abkühlen ziehen sich Stoffe wieder zusammen.

3. Lineare Ausdehnung

Für lange Objekte wie Stäbe, Schienen oder Drähte verwendet man die lineare Ausdehnung.

Formel:

$$\Delta l = \alpha \cdot l_0 \cdot \Delta T$$

Bedeutung der Grössen:

$$\begin{aligned}\Delta l &= \text{Längenänderung} \\ \alpha &= \text{Ausdehnungskoeffizient} \\ l_0 &= \text{Anfangslänge} \\ \Delta T &= \text{Temperaturänderung}\end{aligned}$$

Neue Länge:

$$l = l_0 + \Delta l$$

4. Temperaturänderung

Die Temperaturänderung berechnet man mit:

$$\Delta T = T_2 - T_1$$

Beispiel:

$$\Delta T = 80^\circ C - 20^\circ C$$

$$\Delta T = 60\,K$$

5. Volumenausdehnung

Wenn sich ein Körper in alle Richtungen ausdehnt, ändert sich nicht nur seine Länge, sondern auch sein Volumen.

Für Festkörper gilt näherungsweise:

$$\Delta V = \gamma \cdot V_0 \cdot \Delta T$$

Dabei ist

$$\gamma \approx 3\alpha$$

ΔV	= Volumenänderung
γ	= Volumenausdehnungskoeffizient
V_0	= Anfangsvolumen
ΔT	= Temperaturänderung

Neues Volumen:

$$V = V_0 + \Delta V$$

Bei Flüssigkeiten verwendet man direkt den Volumenausdehnungskoeffizienten γ . Flüssigkeiten dehnen sich meistens stärker aus als Festkörper.

6. Typische Ausdehnungskoeffizienten

Material	$\alpha \left(\frac{1}{K} \right)$
Eisen	$1.2 \cdot 10^{-5}$
Stahl	$1.1 \cdot 10^{-5}$
Kupfer	$1.7 \cdot 10^{-5}$
Aluminium	$2.4 \cdot 10^{-5}$

Flüssigkeit	$\gamma \left(\frac{1}{K} \right)$
Wasser	$2.1 \cdot 10^{-4}$
Ethanol	$1.1 \cdot 10^{-3}$
Quecksilber	$1.8 \cdot 10^{-4}$

Aufgaben

1. Temperaturumrechnung

Wandle die folgenden Temperaturen um:

- (a) 25°C in Kelvin
- (b) 310 K in Grad Celsius
- (c) -15°C in Kelvin

2. Längenausdehnung einer Eisenstange

Eine Eisenstange hat bei

20°C

eine Länge von

2.5 m.

Sie wird auf

120°C

erwärmt.

Der lineare Ausdehnungskoeffizient von Eisen beträgt:

$$\alpha = 1.2 \cdot 10^{-5} \frac{1}{\text{K}}$$

- (a) Berechne die Temperaturänderung.
- (b) Berechne die Längenänderung.
- (c) Berechne die neue Länge der Stange.

3. Brücke im Sommer

Eine Stahlbrücke ist im Winter bei

-5°C

genau

80 m

lang.

Im Sommer steigt die Temperatur auf

$$35^{\circ}\text{C}.$$

Für Stahl gilt:

$$\alpha = 1.1 \cdot 10^{-5} \frac{1}{\text{K}}$$

Wie stark dehnt sich die Brücke aus?

4. Stahlplatte mit Loch

Eine quadratische Stahlplatte hat bei

$$-10^{\circ}\text{C}$$

eine Seitenlänge von

$$1.0\text{ m}.$$

In der Mitte befindet sich ein rundes Loch mit einem Durchmesser von

$$10\text{ cm}.$$

Die Stahlplatte wird auf

$$50^{\circ}\text{C}$$

erwärmt.

Für Stahl gilt:

$$\alpha = 1.1 \cdot 10^{-5} \frac{1}{\text{K}}$$

- (a) Berechne die Temperaturänderung.
- (b) Berechne die neue Seitenlänge der Stahlplatte.
- (c) Berechne den neuen Durchmesser des Lochs.
- (d) Wird das Loch beim Erwärmen grösser oder kleiner?

5. Kupferdraht

Ein Kupferdraht ist

15 m

lang bei

18°C.

Er wird auf

70°C

erwärmt.

Für Kupfer gilt:

$$\alpha = 1.7 \cdot 10^{-5} \frac{1}{\text{K}}$$

Berechne die neue Länge des Drahtes.

6. Schwierige Aufgabe: Schienen im Sommer

Zwei Eisenbahnschienen sind jeweils

25 m

lang bei

10°C.

Zwischen ihnen bleibt eine kleine Lücke von

4 mm.

Im Sommer steigt die Temperatur auf

45°C.

Für Eisen gilt:

$$\alpha = 1.2 \cdot 10^{-5} \frac{1}{\text{K}}$$

- (a) Wie stark dehnt sich jede Schiene aus?
- (b) Wird die Lücke vollständig geschlossen?

7. Volumenausdehnung eines Aluminiumblocks

Ein Aluminiumblock hat bei

$$20^{\circ}\text{C}$$

ein Volumen von

$$V_0 = 500 \text{ cm}^3.$$

Er wird auf

$$80^{\circ}\text{C}$$

erwärmt.

Für Aluminium gilt:

$$\alpha = 2.4 \cdot 10^{-5} \frac{1}{\text{K}}$$

Berechne die Volumenänderung und das neue Volumen.

8. Volumenausdehnung einer Flüssigkeit

Ein Gefäß enthält

$$V_0 = 2.0 \text{ L}$$

Ethanol bei

$$15^{\circ}\text{C}.$$

Das Ethanol wird auf

$$45^{\circ}\text{C}$$

erwärmt.

Für Ethanol gilt:

$$\gamma = 1.1 \cdot 10^{-3} \frac{1}{\text{K}}$$

Berechne die Volumenänderung und das neue Volumen.

Lösungen

1. Temperaturumrechnung

(a)

$$25^{\circ}\text{C} = 25 + 273.15 = 298.15 \text{ K}$$

(b)

$$310 \text{ K} = 310 - 273.15 = 36.85^{\circ}\text{C}$$

(c)

$$-15^{\circ}\text{C} = -15 + 273.15 = 258.15 \text{ K}$$

2. Längenausdehnung einer Eisenstange

$$\Delta T = 120^{\circ}\text{C} - 20^{\circ}\text{C}$$

$$\Delta T = 100 \text{ K}$$

$$\Delta l = \alpha \cdot l_0 \cdot \Delta T$$

$$\Delta l = 1.2 \cdot 10^{-5} \cdot 2.5 \cdot 100$$

$$\Delta l = 0.003 \text{ m} = 3 \text{ mm}$$

$$l = 2.5 \text{ m} + 0.003 \text{ m}$$

$$\boxed{l = 2.503 \text{ m}}$$

3. Brücke im Sommer

$$\Delta T = 35^{\circ}\text{C} - (-5^{\circ}\text{C}) = 40\text{ K}$$

$$\Delta l = 1.1 \cdot 10^{-5} \cdot 80 \cdot 40$$

$$\Delta l = 0.0352\text{ m} = 3.52\text{ cm}$$

$$\boxed{\Delta l = 3.52\text{ cm}}$$

4. Stahlplatte mit Loch

$$\Delta T = 50^{\circ}\text{C} - (-10^{\circ}\text{C}) = 60\text{ K}$$

Seitenlänge der Stahlplatte:

$$\Delta l = \alpha \cdot l_0 \cdot \Delta T$$

$$\Delta l = 1.1 \cdot 10^{-5} \cdot 1.0 \cdot 60$$

$$\Delta l = 0.00066\text{ m} = 0.66\text{ mm}$$

$$l = 1.0\text{ m} + 0.00066\text{ m}$$

$$\boxed{l = 1.00066\text{ m}}$$

Durchmesser des Lochs:

$$d_0 = 10\text{ cm} = 0.10\text{ m}$$

$$\Delta d = \alpha \cdot d_0 \cdot \Delta T$$

$$\Delta d = 1.1 \cdot 10^{-5} \cdot 0.10 \cdot 60$$

$$\Delta d = 0.000066 \text{ m} = 0.066 \text{ mm}$$

$$d = 0.10 \text{ m} + 0.000066 \text{ m}$$

$$d = 0.100066 \text{ m} = 10.0066 \text{ cm}$$

Das Loch wird beim Erwärmen grösser, weil sich alle Längen in der Stahlplatte ausdehnen.

Das Loch wird grösser.

5. Kupferdraht

$$\Delta T = 70^\circ\text{C} - 18^\circ\text{C} = 52 \text{ K}$$

$$\Delta l = 1.7 \cdot 10^{-5} \cdot 15 \cdot 52$$

$$\Delta l = 0.01326 \text{ m}$$

$$l = 15 \text{ m} + 0.01326 \text{ m}$$

$$l = 15.01326 \text{ m}$$

6. Schienen im Sommer

$$\Delta T = 45^\circ\text{C} - 10^\circ\text{C} = 35 \text{ K}$$

$$\Delta l = 1.2 \cdot 10^{-5} \cdot 25 \cdot 35$$

$$\Delta l = 0.0105 \text{ m} = 10.5 \text{ mm}$$

$$\boxed{\Delta l = 10.5 \text{ mm}}$$

Jede Schiene dehnt sich um 10.5 mm aus. Die Lücke ist nur 4 mm gross und wird vollständig geschlossen.

Ja, die Lücke wird geschlossen.

7. Volumenausdehnung eines Aluminiumblocks

$$\Delta T = 80^\circ\text{C} - 20^\circ\text{C} = 60 \text{ K}$$

Für Festkörper gilt:

$$\gamma \approx 3\alpha$$

$$\gamma = 3 \cdot 2.4 \cdot 10^{-5} = 7.2 \cdot 10^{-5} \frac{1}{\text{K}}$$

$$\Delta V = \gamma \cdot V_0 \cdot \Delta T$$

$$\Delta V = 7.2 \cdot 10^{-5} \cdot 500 \cdot 60$$

$$\Delta V = 2.16 \text{ cm}^3$$

$$V = 500 \text{ cm}^3 + 2.16 \text{ cm}^3$$

$$\boxed{V = 502.16 \text{ cm}^3}$$

8. Volumenausdehnung einer Flüssigkeit

$$\Delta T = 45^{\circ}\text{C} - 15^{\circ}\text{C} = 30\text{ K}$$

$$\Delta V = \gamma \cdot V_0 \cdot \Delta T$$

$$\Delta V = 1.1 \cdot 10^{-3} \cdot 2.0 \cdot 30$$

$$\Delta V = 0.066\text{ L}$$

$$V = 2.0\text{ L} + 0.066\text{ L}$$

$$\boxed{V = 2.066\text{ L}}$$